

KONKURS MATEMATYCZNY „ZADANIA MIESIĄCA”

PAŹDZIERNIK

Klasy 2 LOTS

Zadanie 1. Na pięciu przewodach elektrycznych siedzą jaskółko, na każdym, co najmniej jedna. Jedynie na przewodzie piątym (najwyższym) i trzecim siedzi tyle samo jaskółek. Jeśli trzy jaskółko przeleca z czwartego przewodu na trzeci, to na tych przewodach będzie siedzieć tyle samo jaskółek. Gdy jedna jaskółka przeleci z trzeciego przewodu na najwyższy, to na tym ostatnim będzie dwa razy więcej jaskółek niż na przewodzie trzecim. Jeśli cztery jaskółki odleca z czwartego przewodu, to będzie na nim siedziało tyle jaskółek, co na dwóch pierwszych przewodach łącznie. Na najniższym przewodzie siedzi najmniej jaskółek. Ile jaskółek siedzi na drugim przewodzie?

Zadanie 2. Dany jest układ równań liniowych z parametrem $m \in R$:

$$\begin{cases} (m-1)x - 2y = 2 \\ x + (m+2)y = 1 \end{cases}$$

a) Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań ze względu na wartość parametru m .

b) Narysuj wykres funkcji $f(m) = \frac{x}{2|y|}$, gdzie para (x, y) jest rozwiązaniem tego układu.

Zadanie 3. Uzasadnij, że jeśli dowolne liczby całkowite a oraz b przy dzieleniu przez 5 dają reszty odpowiednio 2 oraz 3, to reszta z dzielenia podwojonej sumy kwadratów tych liczb przez 10 wynosi 6.

Zadanie 4. Wykaż, że nierówność $4x^4 - 12x^3 + 25x^2 - 48x + 36 \geq 0$ jest spełniona przez każdą liczbę rzeczywistą.